SITEAL

BOLETIN NRO 4

Medidas de desigualdad para variables educativas

Medidas de desigualdad para variables educativas[1]

Resumen: El siguiente documento describe las medidas de desigualdad existentes, haciendo hincapié en aquellas que nos sirven específicamente para el análisis de resultados educativos. Se proponen criterios para la elección de indicadores según el interés específico del analista. Adicionalmente, se ofrece una aplicación para una selección de países latinoamericanos.

[1] Este documento fue elaborado por María Ana Lugo, Departamento de Economía, Universidad de Oxford.

Medidas de desigualdad para variables educativas

1 Introducción

Cuando se desea una descripción del estado educativo de una población, indicadores como tasa de analfabetismo, cantidad promedio de años de escolaridad alcanzados por la población adulta, tasa de escolaridad o de repitencia suelen ser candidatos obligatorios. Al ser medidas de promedios (en particular, medias) nos proporcionan una imagen sucinta y eficaz de la situación educacional de un país, región o grupo. Sin embargo, poco nos dicen sobre cómo ese analfabetismo, escolaridad o repitencia se encuentran distribuidos al interior del grupo. Es por ello que resulta conveniente vincular éstas últimas con medidas de dispersión que nos informen sobre cuán dispares son los valores que conforman una determinada media. Claramente un país donde sólo un tercio de la población completa el nivel terciario y el resto no llega a cubrir los primeros 3 años de escuela primaria difiere de otro donde todas las personas completan siete años de nivel elemental. Esto es, independientemente que en ambos países el promedio de escolarización sea el mismo. Ya sea por motivos de justicia social, de eficiencia económica, o de interés estadístico descriptivo, es importante contar con medidas que expliquen apropiadamente la dispersión en educación.

El presente trabajo se propone hacer una descripción de las medidas de desigualdad (o dispersión) existentes, haciendo hincapié en aquellas que nos sirven específicamente para el análisis de resultados educativos. Para ello es preciso definir el indicador educativo sobre el cual se estudiará su desigualdad, distinguiendo entre distintos tipos de variables (continuas y discretas o categóricas) pues éstos determinarán el tipo de índices de desigualdad posibles a utilizar. Asimismo, se diferencian los índices de desigualdad según aquellos que estudian la dispersión del indicador educativo en sí mismo y aquellos que relacionan su dispersión con la de otra variable de interés (como ser, nivel de ingreso familiar). Finalmente, se evalúan estas medidas en función de sus propiedades.

2 Consideraciones básicas[2]

Al elegir medidas de desigualdad en educación (así como en salud, ingresos y otras dimensiones), es preciso considerar a lo sumo cinco aspectos teóricos y técnicos. El analista deberá seleccionar:

a) Indicador educativo: éste puede ser de resultado-status (por ej. nivel educativo alcanzado, medido en años de escolaridad) y/o de consecuencia impacto (por ej. atraso escolar). También se pueden distinguir las variables entre aquellas que son de flujo (tasas de asistencia) o de resultado (medidas de calidad educativa – resultados en test de aptitud)
b) Agrupamiento de población cuyas diferencias se describirán/evaluarán o variable de corte
c) Grupo de referencia o norma contra el cual se compararán los diferenciales
d) Tipo de medida de desigualdad: relativas o absolutas
e) Aversión a desigualdad: el peso asignado a diversos niveles de educación en distintas partes de la distribución total (‘aversión a desigualdad’)

Al mismo tiempo, a la hora de elegir entre índices alternativos no se debe descuidar

f) Simplicidad/utilidad, para el hacedor de política o analista que usará las mediciones.

[2] En base a Anand, et al. (2001)

En cada uno de éstos pasos, uno debe enfrentarse con una serie de decisiones que afectarán el resultado final de medición de desigualdad educativa. No es posible evitar la arbitrariedad de la elección; no existe algo así como una "medición objetiva de desigualdad". Inevitablemente existe un cierto nivel de subjetividad (implícito o explícito) que depende de los juicios de valor del analista, y éstos, a su vez, determinarán la medición de la desigualdad. Esta inevitabilidad no debe frenarnos; por el contrario, comprenderla lleva a precisar de manera clara y explícita las decisiones tomadas en cada paso y entender las consecuencias de estas decisiones[3]. En particular, las comparaciones de desigualdades serán sensibles a la elección del índice de desigualdad utilizado ya que las diversas medidas tienden a enfatizar desigualdades en distintos puntos de la distribución.

a) Indicador de Educación: El estado de educación de un país (región, provincia, etc.) se puede describir utilizando una serie de indicadores. Es sabido también que, en cada uno de éstos el promedio nacional puede esconder gran disparidad. Y distintas disparidades, según el indicador que se opten. La elección del indicador base a utilizar afectará, naturalmente, la magnitud de desigualdad medida. En el siguiente cuadro se presentan varios indicadores de resultados – en porcentajes – para Guatemala en 2001, diferenciando los mismos entre los correspondientes al área urbana y a la rural. Independiente de la medida de desigualdad escogida, nuestra medición de las disparidades educativas en este país diferirá según se tome la tasa de analfabetismo (el valor rural triplica el urbano), tasa de extra-edad para los jóvenes de 15 a 17 años (valor rural una vez y media más que el urbano), o tasa de escolarización de niños entre 9 y 11 años (valor rural 10% menor al urbano).

---

[3] "There is an inescapably arbitrariness in the choice of [β]. The right way to deal with the issue is to explain clearly what is being assumed … so that public criticism of the assumption is possible" (Anand and Sen (2003))

Cuadro 1. Indicadores varios de educación, según área geográfica
Guatemala, 2001

Indicadores educativos	**Urbana**	**Rural**
Tasas de escolarización (%)		
9-11 años	**91.9**	**82.9**
12-14 años	83.3	66.5
15-17 años	61.6	28.9
18-24 años	31.3	9.7
Atraso escolar (%)		
9-11 años	19.4	41.3
12-14 años	28.5	67.3
15-17 años	**35.5**	**64.2**
Tasa de analfabetismo 15 años y más (%)	**16.5**	**43.0**

Fuente: SITEAL, Resumen Estadístico I, 2005

Asimismo, la naturaleza y el grado de mensurabilidad de los indicadores de educación determinará la expresión de desigualdad educativa. Estos pueden ser de tipo:

- *Dicotómico*: adopta valores 1 o 0, según presencia/ausencia de un atributo, por ej. analfabetismo: 1. sabe leer/escribir; 0. no sabe leer/escribir
- *Ordinal*: más de dos categorías ordenadas, por ej. máximo nivel educativo alcanzado (primario incompleto, primario completo, secundario incompleto, etc.)
- *Continuo*: generalmente con rango determinado, por ej. porcentaje de alumnos que completan nivel, máximo nivel educativo alcanzado en años

Por otra parte, indicadores de tipo dicotómico u ordinales a nivel individual son generalmente analizados como nivel grupal como porcentajes de presencia del atributo en cuestión. Por ejemplo, cada habitante de la ciudad de Lima será o no analfabeto (el indicador de analfabetismo para cada persona tendrá valor 0 o 1) pero en promedio el porcentaje de individuos que 'no sabe leer ni escribir' en toda la ciudad 12%. Así, una variable que en su origen toma valores 0 o 1 puede ser transformada en otra continua cuyos valores varían entre el 0 y el 100 (en porcentajes) y sobre la cual se puede aplicar medidas de desigualdad para indicadores continuos.

b) Selección del agrupamiento de población a comparar: Al respecto existen dos visiones. En la más tradicional las desigualdades en educación se describen en base a grandes grupos, como ser, edad, género, raza, ingresos, áreas geográficas de residencia. Dentro de ellos, en algunos casos existe un ordenamiento de categorías claro (niveles de ingresos), en otros no (género, etnia). Implícitamente se está suponiendo que existe una relación entre la variable de estudio y aquella que determina el agrupamiento. Así, las medidas de desigualdad aplicadas dentro de esta postura (*medidas de desigualdad intergrupal)* son estrictamente medidas que relacionan los niveles alcanzados de una variable con los de otro de corte. Por otra parte, están aquellos que argumentan que existe un interés en analizar la 'distribución pura' de educación, equivalente a la idea de distribución de ingresos entre individuos. La variable de corte será la unidad de análisis seleccionada, es decir, el individuo, país o región. Todo el universo de medidas de desigualdad aplicadas a ingresos (*medidas de desigualdad entre individuos)* puede ser también aplicadas aquí (por ejemplo, coeficiente de Gini, desviación estándar, índice de Theil).

c) Grupo de referencia o patrón, frente a cual se medirán las desigualdades. Éste puede ser, por ejemplo, el nivel mínimo de escolarización marcado por un gobierno, o aquel del grupo más privilegiado. Una vez más, la elección del patrón puede afectar la magnitud de desigualdad observada. Generalmente, el grupo de referencia se fija en base a: mínimos o estándares básicos (bajo los cuales la educación deja de ser equitativa); promedio de los grupos (medidas de divergencia); nivel máximo alcanzado o deseado (medidas de déficit). Cuando la variable de corte define dos grupos únicamente, el grupo de referencia puede ser uno de éstos. Es posible, también, prescindir de la elección de un grupo de referencia. Como se verá en la sección B.2. este es el caso de los índices de desigualdad entre individuos.

d) Medidas absolutas o relativas: Las medidas de desigualdad se diferencian de acuerdo a si varían o no ante aumentos en los niveles alcanzados. Es decir, ante un aumento proporcional de educación para todos los individuos una medida *relativa* de desigualdad considerará que ésta no se ha modificado. Formalmente, se dice que los índices de desigualdad relativos son independientes de las medias. Si en cambio, importan los valores absolutos, en medidas de desigualdad *absolutas* la medición no se alterará solo cuando se incrementa para todos los individuos su nivel educativo en igual cantidad.

e) Aversión a la desigualdad. Asimismo, los índices de desigualdad pueden diferir en la forma en que se evalúan las disparidades en distintos puntos de la distribución. Si el analista es más sensible a las disparidades entre los que menos educación tienen en relación a los que más tienen, será deseable una medida que nos permita reflejar esto. Por ejemplo, el índice de Atkinson y los de la familia de entropía generalizada permiten fijar al analista cuánto peso dar a cambios en las distintas partes de la distribución, a través de un parámetro a definir. Medidas como el coeficiente de Gini, en cambio, tienen prefijado un determinado nivel de aversión a la desigualdad.

f) Simplicidad: determinada por una serie de factores, entre ellos, la facilidad de interpretación, quizá ayudada por una representación gráfica directa, la facilidad de cálculo, y la disponibilidad de la información necesaria para el mismo.

3 Medidas de desigualdad en educación

En esta sección se describen primero las medidas de desigualdad que estudian las diferencias en educación entre grupos; luego, aquellas que consideran las disparidades entre individuos. Las primeras tienen la particularidad de vincular los valores de indicadores educativos con otra variable, que define los grupos a comparar. La variable de agrupamiento es generalmente de tipo categórica, no-ordinal (como ser, regiones geográficas, países, género) u ordinal (quintiles de ingresos). Estrictamente, no son medidas de desigualdad de educación en términos puramente estadísticos sino de la relación de disparidades de estas dos variables[4]. Así, puede ser de utilidad para el estudio de los factores que determinan la distribución de educación observada – disparidades entre los valores medios de cada grupo. No analizan, sin embargo, la distribución al interior de cada uno de los grupos. Para eso será preciso volcarse hacia medidas como las introducidas en B.2.

4 Medidas de desigualdad intergrupal

a Medidas de margen

Siendo las más sencillas de las medidas de desigualdad a estudiar, las medidas de margen comparan únicamente los valores de dos grupos por vez.

Cociente de tasas o brecha relativa

$$\boxed{CT = \frac{\text{Tasa grupo A}}{\text{Tasa grupo B}}} \quad (1)$$

Diferencias de tasas o brecha absoluta

$$\boxed{DT = \text{Tasa grupo A} - \text{Tasa grupo B}} \quad (2)$$

[4] En el campo de la salud, es común referirse a "desigualdad en salud" únicamente a la existente entre distintos grupos socio-económicos. Uno de los textos fundamentales en el área centra explícitamente su análisis en el estudio de las diferencias en la ocurrencia de problemas de salud entre individuos de alto y bajo estrato socio-económico ["differences in the occurrence of health problems between individuals of higher and lower socio-economic status", Kunst and Mackenbach (1997), 758].

Donde los grupos A y B deben ser definidos de manera tal que sean lo suficiente dispares como para captar la magnitud de la desigualdad pero al mismo tiempo que sean estadísticamente significativos en cuanto a tamaño poblacional.

A modo de ejemplo, utilizamos la información en el Cuadro 1 sobre una selección de tasas educativas para Guatemala (2001). En la figura 1 se observan gráficos de barras comparando tasas urbanas y rural.

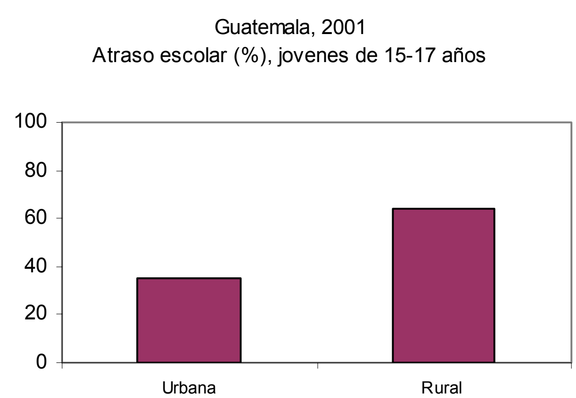
Figura 1

Se considera arbitrariamente 'urbano' como grupo de referencia (B)

Indicador educativo:
atraso escolar
(jóvenes 15 a 17 años),
en porcentajes

$$CT = \frac{64,2}{35,5} = 1,808$$

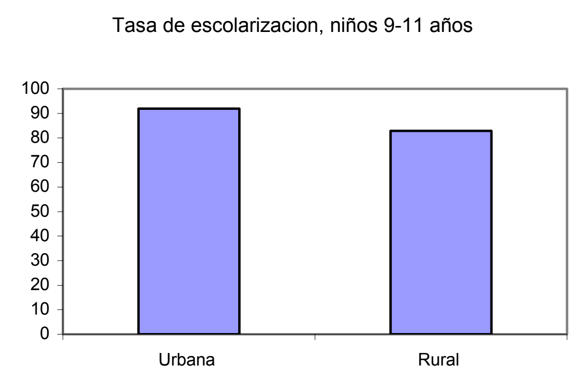
$$DT = 64,2 - 35,5 = 28,7$$



Indicador educativo:
tasa de escolarización
(niños 9 a 11 años), en
porcentajes

$$CT = \frac{82,9}{91,9} = 0,902$$

$$DT = 82,9 - 91,9 = -9,0$$



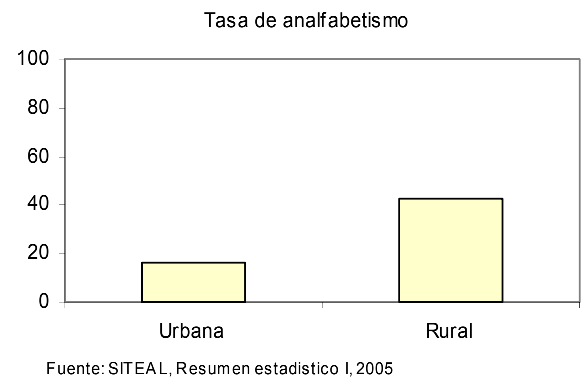
Indicador educativo:

tasa de analfabetismo

(15 años y más), en porcentajes

$$CT = \frac{43,0}{16,5} = 2,606$$

$$DT = 43,0 - 16,5 = 26,5$$



La Tabla A.1 en el anexo presenta éstas y otras medidas con sus correspondientes propiedades.

Como se ha indicado, los índices de tipo CT y DT comparan dos grupos por vez, lo cual puede representar una importante limitación de este tipo de medidas. La cuestión será establecer cuál será la forma adecuada de definir los **agrupamientos**, en función del interés del analista. En el caso que la variable de corte escogida posee más de dos categorías (por ejemplo, variable "regiones" con categorías 'noreste', 'noroeste', 'centro', 'sureste', 'suroeste') puede optarse por (a) comparar sólo los valores extremos – mínimos y máximos – y así ignorar parte de la población; (b) calcular DT o CT para cada par posible de grupos, lo cual dependiendo el número de grupos puede ser no suficientemente sintético. Alternativamente, se puede reagrupar a toda la población y conformar únicamente dos grupos, como se estila en muchos casos (norte-sur, pobre-no pobre, urbano-rural, femenino-masculino, público-privado) cuidando de no perder demasiada información en la agregación.

En el ejemplo anterior, el **grupo de referencia** escogido ha sido el de uno de los grupos a comparar ('urbano'). Los índices de desigualdad del tipo CT y DT nos permiten, asimismo, utilizar como grupo de referencia un nivel considerado como estándar o deseable, fijado normativamente[5]. En tal caso, las medidas de desigualdad se convierten en **medidas de *déficit*** ya que indican cuánto hace falta aumentar o disminuir la tasa como para alcanzar el nivel deseado. Por ejemplo, si se establece una tasa de analfabetismo deseada – al cual el gobierno debe aspirar –de 10% para la población adulta,

Para la población urbana $$CTdeficit = \frac{16.5}{10} = 1.65$$

$$DTdeficit = 16.5 - 10 = 6.5$$

Para la población rural $$CTdeficit = \frac{43}{10} = 4.3$$

$$DTdeficit = 43 - 10 = 33$$

CT expresa las diferencias de tasas en términos **relativos** – es decir, como porcentaje de tasa del grupo de referencia – en tanto que DF lo hace en **absolutos –** diferencia expresada en las unidades de la variable original. El siguiente ejemplo sirve para clarificar la importancia de esta distinción en el caso particular de los indicadores de desigualdad de margen. Supongamos que se quiere comparar los cambios en el tiempo de una variable para dos países. En el país A, la tasa en 1980 es de 10%, mientras que en 2000 la misma es de 15%. En el país B, en cambio, la tasa aumentó de un 90% a un 95%. Resulta claro ver que si bien el diferencial de tasas es idéntico para

[5] Por ejemplo, el segundo objetivo de los 'Objetivos de Desarrollo del Milenio' proclamado por Naciones Unidas es lograr la enseñanza primaria universal. El índice de déficit de escolarización primaria podría fijar al 100% como el grupo de referencia.

ambos países [DF = 5%], los valores del cociente de tasas son significativamente disímiles $\left[CT(A)=\frac{15}{10}=1.5; CT(B)=\frac{95}{90}=1.06\right]$.

Es interesante marcar el papel que ocupa la **aversión a la desigualdad** entre los índices de desigualdad de margen. En el caso que toda la población esté distribuida en uno de los dos grupos considerados (por ejemplo: pobres/no pobres) se evalúa de manera similar cambios del estrato inferior al superior o viceversa. En cambio, si la variable de corte elegida agrupa a la población en más de dos grupos, cada una de las mediciones de desigualdad ya sea por CT o por DT ignorará los cambios ocurridos en las otras partes de la distribución. Esto representa una importante limitación de este tipo de medidas ya que cambios en los grupos interiores no se verán reflejados en la medición de desigualdad, por más que efectivamente haya una cambio en la distribución. Esto resulta más evidente en el caso que se agrupe a la población según su posición socio-económica.

Supongamos que se definen grupos de población según quintil de ingresos per cápita del hogar – se relaciona la desigualdad de ingresos con la educativa. Los índices de desigualdad CT y DT se suelen calcular comparando los grupos extremos (primer versus quinto quintil). En este caso estas medidas se conocen también como *medidas de brecha*. Si definimos al grupo A como aquel conformado por personas pertenecientes al quintil de mayores ingresos (quinto quintil, 20% de hogares más ricos) y grupo B al de menores ingresos (primer quintil, 20% de hogares más pobres), tendremos

Brecha relativa por ingresos $CT(quintil)=\frac{\text{Tasa quintil 5}}{\text{Tasa quintil 1}}$ (3)

Brecha absoluta por ingresos $DT(quintil)=\text{Tasa quintil 5}-\text{Tasa quintil 1}$ (4)

Cuadro 2. Tasa de escolarización de la población de 15 a 17 años según quintiles de ingreso per capita y según sexo (en porcentajes). Costa Rica, 2000

Población de 15 a 17 años	Total	Quintil de ingreso per capita del hogar					Pobreza por quintil	
		1	2	3	4	5	Q1+Q2	Q3+Q4+Q5
Tasas de escolarización	**57,1**	**45,1**	**51,4**	**55,9**	**64,2**	**80,2**	**48,2**	**64,7**
Varones	**53,7**	41,6	47,6	56,0	55,5	78,3	44,6	61,5
Mujeres	**60,4**	48,6	54,9	55,8	73,0	82,4	51,7	67,8
Tamaño relativo poblacional	**1,0**	**0,23**	**0,23**	**0,21**	**0,20**	**0,13**	**0,46**	**0,54**

Fuente: elaboración propia en base a datos provistos por IIPE-OEI

La tasa de escolarización para los jóvenes entre 15 y 17 años es de 45.1% para los jóvenes del primer quintil y de 80.2% para los más ricos. Es fácil ver, en consecuencia, que la brecha relativa es de **1,78** $\left(=\frac{80,2}{45,1}\right)$ – es decir, la tasa de asistencia de los jóvenes más ricos es una vez y tres cuartos mayor que la de los pobres. Por otra parte, la diferencia de tasas es de **35,1** puntos porcentuales (= 80,2 – 45,1).

Retomando los conceptos discutidos en la sección anterior, el indicador educativo seleccionado es el de tasa de cobertura neta del nivel secundario (expresado en porcentajes); la variable de corte es el quintil de ingresos; el grupo de referencia es el quintil más bajo; las medidas de desigualdad escogidas CT y DT, la primera relativa, la segunda absoluta; y ninguna importancia se da a lo que sucede al interior de la distribución (quintiles 2, 3 y 4) sino sólo y en igual medida a cambios en los grupos de ingresos extremos. Alternativamente, podemos agrupar los quintiles de manera tal de incluir a toda la población. El cociente de tasas será de **1,34** $\left(=\frac{64,7}{48,2}\right)$ mientras que la diferencia de tasas es de **16,4** puntos porcentuales (=64,7 – 48,2). Nótese que al agregar los grupos las mediciones de desigualdad son menores, las disparidades de tasas se disuelven. De alguna forma, se pierde información sobre la distribución y sus inequidades.

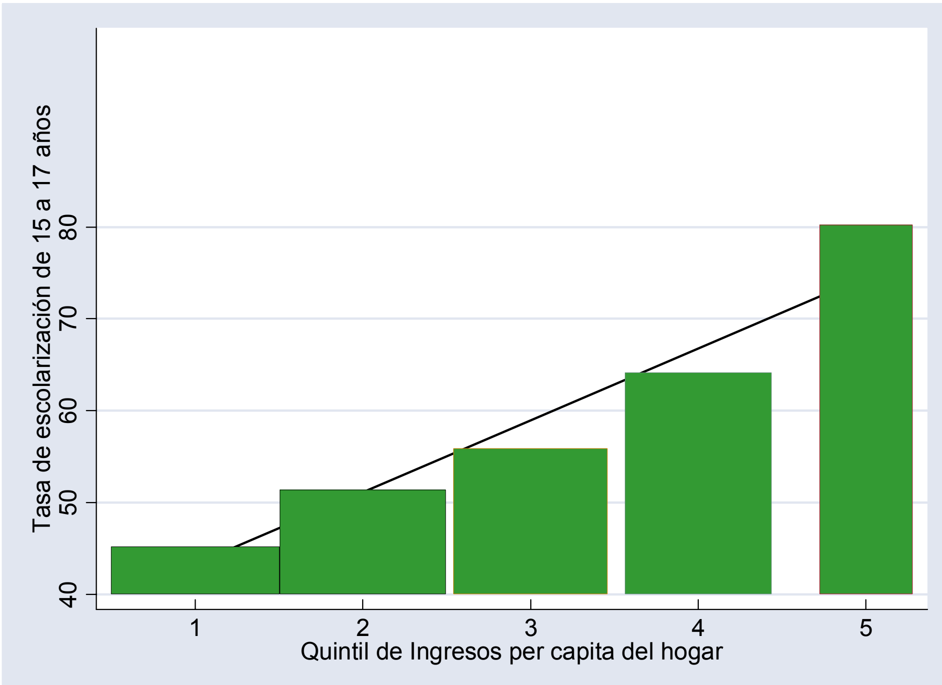
En términos prácticos, es importante mencionar que CT y DT son fáciles de interpretar ya que sus fórmulas no son de complejo cálculo. Adicionalmente, permiten una representación gráfica directa, si bien no del índice de desigualdad en sí mismo pero de los componentes de éste mediante gráfico de barras o similar (ver Figura 1). Finalmente, no tienen grandes requerimientos en términos de la disponibilidad de la información; es decir, pueden ser calculados aún a partir de la información más básica disponible.

b Medidas del total de la distribución.

Supongamos que el agrupamiento está definido en base a una variable de tipo categórica ordinal con más de dos categorías. Por ejemplo, en el caso anterior definida a partir de quintiles de ingresos del hogar (o cualquier otra variable de escala intervalar). Las medidas de desigualdad de margen tienen la limitación que al considerar sólo dos grupos ignoran necesariamente a una parte de la población. Cualquier cambio que ocurra al interior de la misma no será captado por CT o DT. Los índices de desigualdad revistos en esta sub-sección permiten incorporar esta información. Al mismo tiempo, facilitan el estudio de la relación entre el indicador educativo y la variable que define el agrupamiento.

Consideremos el siguiente gráfico de tasa de cobertura por ingresos construido a partir del cuadro Cuadro 2. El ancho de las columnas está definido de acuerdo al tamaño poblacional de cada grupo – en términos de jóvenes de 15 a 17 años.

Figura 2. Tasa de escolarización de jóvenes de 15 a 17 años según quintiles de ingresos per cápita del hogar. Costa Rica, 2000



Fuente: Elaboración propia en base a datos provistos por el SITEAL

En base a la información de tamaño poblacional de cada uno de los cinco grupos y sus respectivas tasas de escolarización se puede estimar una recta (de regresión) que represente linealmente la relación existente entre ambas variables. La pendiente de esta recta indica en cuánto aumenta, en promedio y en términos absolutos, la tasa de escolarización al pasar de un quintil ingresos al siguiente. A mayor pendiente - mayor la desigualdad educativa entre los estratos de ingresos – mayor es el salto (o la diferencia) en educación por aumentar en nivel de ingresos.

Índice de pendiente de la desigualdad $$IPD = \frac{\mathrm{cov}(i, e_i)}{\mathrm{var}(i)} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(i-\mu_i)(e_i-\mu_e)}{\sum_{i=1}^{N}(i-\mu_i)^2}$$

(5)

Donde e_i es el indicador educativo de la persona *i*,

i es la posición del individuo en la escala de ingresos. Hay *N* individuos en la población

cov(i, e_i) es la covarianza entre el nivel educativo y el ranking de ingresos,

var(i) es la varianza del ranking de ingresos,

μ_i es la media del ordenamiento de ingresos

μ_e es la media de nivel educativo

Formalmente, la ecuación (5) surge de la fórmula de estimación de la pendiente utilizando mínimos cuadrados ordinarios. Se puede entender a la fórmula de *IPD* como una medida de cómo varía el nivel educativo respecto a su media al tiempo que varía el orden en la escala de ingresos (covarianza(i,e_i)) en relación a la variación total de *i* (var(*i*)). Estrictamente, la pendiente de regresión así estimada mide la relación linear entre las variables. Sin embargo, no es necesario suponer que la relación tenga únicamente esta forma. Mas bien, se utiliza como medida de variación promedio de las tasas educativas al variar los niveles de ingresos.

Cuando no se tiene la información desagregada a nivel de individuos, como en el caso bajo análisis, sino por grupos de ingresos (quintil), en la fórmula de IPD debe ponderarse (multiplicarse) cada grupo por su respectivo tamaño poblacional – mínimos cuadrados ponderados.

Si cada grupo *k* de ingresos tiene el valor e_k de educación y un tamaño relativo poblacional de p_k (= n_k/N):

IPD con variables agregadas

$$IPD = \frac{\operatorname{cov}(k, e_k)}{\operatorname{var}(k)} = \frac{\sum_{k=1}^{K} p_k (k - \mu_k)(e_k - \mu_e)}{\sum_{k=1}^{K} p_k (k - \mu_k)^2}$$

(6)

A partir de la información provista en el Cuadro 2, se calcula el IPD para Costa Rica, de 7,6. Esto se interpreta de la siguiente manera: en promedio, pasar de un quintil a otro aumenta la tasa de escolarización en 7,6 puntos porcentuales.

Naturalmente, la precisión en la estimación de la pendiente es menor a medida que más agregada se encuentre la información. En otras palabras, a mayor cantidad de categorías de la variable de agrupamiento (deciles en lugar de quintiles), más sensible será el IPD a cambios en la distribución – en el límite, cada individuo es un grupo. Por otra parte, es conveniente que se pueda hacer uso de esta medida aún en casos que la información no esté disponible a gran nivel de desagregación – como suele ser el caso.

El IPD no requiere seleccionar un grupo de referencia, ni externo ni interno, lo cual puede ser visto como una ventaja en relación a las anteriores medidas. Adicionalmente, y a diferencia de las anteriores, el IPD tiene la ventaja de considerar no sólo la posición económica (quintil) sino también el tamaño relativo de los grupos. En tercer lugar, IPD es una medida de desigualdad de tipo **absoluta**, expresada en las mismas unidades que los resultados finales, tal como DT lo hacía. Esto quiere decir que si el nivel de todos los estratos mejora en la misma proporción el índice cambiará su valor. En caso que no querremos decir que la desigualdad cambió, se puede utilizar la variante relativa del IPD (Pamuk 1988)

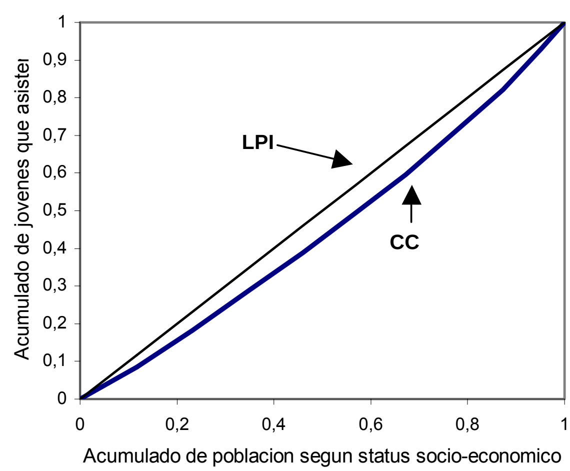
Índice relativo de desigualdad

$$IRD = \frac{IPD}{\mu_e}$$

Para Costa Rica (2000), el valor del IRD es de 0,13. Esto es, en promedio pasar de un quintil de ingresos a otro incrementa la tasa de escolarización en un 13%.

Finalmente, en términos de aversión a la desigualdad, el IPD y el IRD evalúan de igual manera las desigualdades en la parte inferior o superior de la distribución, pero darán mayor peso a transferencias en los extremos que a aquellas alrededor del valor medio.

Figura 3. Curva de Concentración Educativa -
Jóvenes de 15 a 17 años que asisten deciles de ingresos
Costa Rica, 2000



Fuente: elaboracion en base a datos provistos por el SITEAL

Una medida de desigualdad relacionada con el IPD es el índice de concentración (IC). Este se calcula a partir de la curva de concentración (CC), que se forma a partir de la proporción acumulada de educación que posee la proporción acumulada de hogares ordenados según ingresos[6]. En este caso

[6] Esta curva está íntimamente relacionada con la *curva de Lorenz* (ver en B.2) de gran interés en el campo de distribución de ingresos. Originalmente, ésta se construye a partir de proporción acumulada de ingresos en relación a la proporción acumulada de población (u hogares) ordenados según nivel de ingresos.

es preciso que el indicador de educación utilizado sea de tipo continuo, ya que se 'acumula' éste en el eje vertical. Por ejemplo, si antes se trabajaba con la tasa de escolarización específica por edades ahora se puede utilizar el indicador "número de jóvenes de 15 a 17 años que asisten a establecimientos escolares" en cada grupo de ingresos. En el total acumulado, para el 100% de personas ordenadas según ingresos se tendrá el total de alumnos en el sistema secundario, es decir, el 100% de los alumnos. Es por eso que la curva CC termina inevitablemente en la esquina superior del cuadrado. La diagonal representa la situación de perfecta igualdad (LPI), es decir, aquella en la cual cada miembro de la sociedad posee el mismo nivel educativo, o cada grupo de ingresos tiene exactamente la misma proporción de estudiantes secundarios.

Cuando el indicador bajo estudio es uno positivo (mayor valor del indicador significa mayor/mejor educación), la curva de concentración suele tener una forma de panza por debajo de la diagonal. Generalmente, en los primeros deciles de ingresos hay menor proporción de jóvenes que asisten a establecimientos educativos, la desigualdad favorece a los mejores posicionados económicamente. Cuanto más alejada está CC de la diagonal, más desigual es la distribución de educación. Si en cambio, el indicador es uno de 'mala educación' (por ejemplo, repitencia) se espera que la CC se ubique por encima de la diagonal de perfecta igualdad. Cuanto más alejado esté la curva CC de la diagonal, mayor será la desigualdad educativa.

Se sigue pues que un indicador de desigualdad apropiado será uno que mida de alguna forma el tamaño del área entre la CC y la LPI. El índice de concentración es precisamente el doble del área entre estas dos curvas. Como tal, provee información sobre la desigualdad en educación en relación a la escala de ingresos. Adoptará el valor 0 cuando ambas curvas coincidan (perfecta igualdad), valores positivos (menores que 1) cuando CC esté por debajo de la LPI y negativos (mayores que -1) cuando esté por encima.

Mayores valores de *IC* (en términos absolutos) indican que la (mala) educación está más concentrada según estratos socio-económicos.

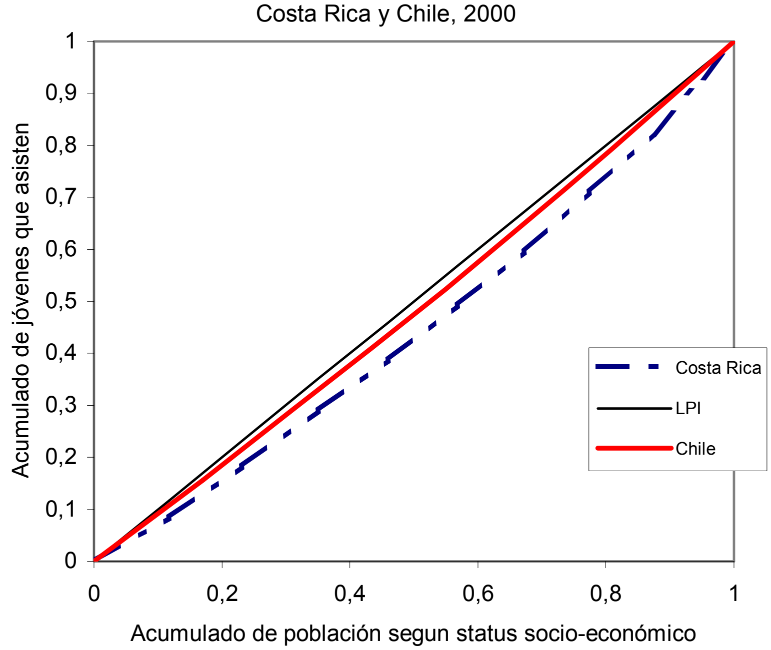
Índice de Concentración $$IC = \frac{2\,\mathrm{cov}(i, e_i)}{N\mu_e} = \left[\frac{2}{N\mu_e}\sum_{i=1}^{N} e_i\, i\right] - 1 \tag{7}$$

IC con variables agregadas $$IC = \left[\frac{2}{\mu_e}\sum_{k=1}^{K} p_k e_k r_k\right] - 1 \tag{8}$$

donde e_k es el indicador educativo del grupo *k* (si a_k es el número de individuos que asiste: $e_k = a_k / n_k$), p_k es la proporción relativa de población en el grupo *k* (es decir, $p_k = n_k / N$) y r_k es la proporción relativa acumulada de población de cada grupo. $\sum_{k=1}^{K} p_k e_k$ es el valor medio del indicador educativo (en el ejemplo, tasa relativa de asistencia a secundario)

La interpretación de una medición específica es más complicada que en los casos anteriores. Por ejemplo, en el caso anterior, el *IC* para Costa Rica es igual a 0,21. ¿Qué quiere decir ésto? Únicamente que el doble del área entre la curva CC y la LPI es igual a 0,21. En realidad, la interpretación viene de la comparación con otra distribución, ya sea una que se considera como ideal (una vez que se 'sabe' aproximadamente cuánto es un valor bajo o alto de IC, por uso continuo de la medida), ya sea una que se tenga interés comparar (misma población en otro período u otra población). Como ejemplo la siguiente figura compara las curves de concentración de Costa Rica y Chile, ambas para el año 2000. Se puede apreciar que la distribución de asistencia de jóvenes de Chile es significativamente más igualitaria que las de Costa Rica; la CC de Chile está siempre más cerca de la LPI que la de Costa Rica. Efectivamente, si se calcula los índices de desigualdad *IC* para cada uno de los países se obtiene que *IC* para Chile es de 0,14 en tanto que IC para Costa Rica es de 0,21.

Figura 4. Curva de Concentración Educativa
Jóvenes de 15 a 17 años que asisten deciles de ingresos
Costa Rica y Chile, 2000



Fuente: elaboración en base a datos provistos por el SITEAL

Formalmente, IC es una medida de covarianza entre las variables ranking de ingresos y educación, normalizada para que sus valores varíen entre -1 [los más pobres concentran la totalidad de la (mala) educación] y 1 [los ricos lo hacen]. Cuando *IC* = 0, no existe correlación entre educación y nivel socioeconómico.

De igual manera que con IPD, a mayor desagregación de la información a nivel de personas, mayor es la precisión del indicador y la sensibilidad ante cambios experimentados en la distribución de educación. En el caso en que la información disponible esté demasiado agregada, tanto el IC como el IPD no serán extremadamente útiles para mostrar cambios o diferencias entre distribuciones alternativas.

IC no prefija un grupo (interno o externo) como de referencia. Estrictamente, el patrón es el promedio. Adicionalmente, IC es una medida de desigualdad **relativa** y como tal no se ve afectada por cambios en los valores absolutos de educación y de ingresos[7]. Por ultimo, IC implícitamente incorpora una particular aversión a la desigualdad, donde se pesa más (cercano a dos) el nivel de educación del más pobre y declina en forma de escalera, llegando a un valor cercano a cero para el individuo más rico (Wagstaff 2002)[8].

Resumiendo, los índices de desigualdad entre grupos revistos en esta sección analizan la relación que existe entre indicadores educativos y otros que se utilizan para definir los agrupamientos de población, habitualmente estatus socio-económico. Las primeras de estas medidas (CT y DT) comparan únicamente dos grupos por vez dejando de lado parte de la información que puede estar disponible. Por otra parte, tienen la ventaja de ser de fácil interpretación y comprensión, sobre todo si se combinan con gráficos de tipo de barras por grupo. El IPD y IC aparecen como alternativas cuando la variable que define los agrupamientos es de tipo ordinal y/o de escala intervalar. Estas medidas tienen la ventaja de incluir toda la información de distribución disponible, pero a la vez son más complejas en cálculo, interpretación y requerimientos de la información necesaria para su construcción. De todos modos, el tener ambas una representación gráfica directa forma parte de unos de sus atractivos principales. Se utilizan mayormente en relación al estatus socio-económico de los individuos[9].

---

[7] El *índice de concentración generalizado* (ICG) es la versión absoluta del IC, que surge de graficar la CC multiplicada por el valor de educación medio – es decir, se considera el porcentaje acumulado de población sobre el eje horizontal (ordenado por ingresos) contra la cantidad acumulada de educación (en lugar de la proporción acumulada de educación). El ICG es calculado como dos veces el área entre la CC generalizada y la respectiva diagonal.

[8] En Wagstaff (2002) se presenta un IC extendido, que admite distintos valores de aversión a la desigualdad a fijar por el analista, similar al parámetro epsilon incorporado en el índice de Atkinson (ver próxima sección).

[9] En Kakwani, et al. (1997) se sostiene que IC e IRD (IPD en versión relativa) deberían preferirse por sobre otras medidas de desigualdad cuando se estudia desigualdad en salud. Se demuestra, asimismo, la forma en que estas medidas se encuentran matemática relacionadas. Finalmente, se presenta la fórmula para el cálculo de los desvíos estándares de estas medidas (libres de distribución) para cuando se trabaja con datos individuales o agrupados, necesarios para la construcción de sus respectivos intervalos de de confianza.

4.2 Medidas de desigualdad entre individuos

Aquellos que prefieren medidas de desigualdad entre individuos argumentan que existe un interés en estudiar la "distribución pura" de educación (de salud, u otra dimensión bajo estudio). Esto es, los logros en educación o el acceso al mismo generalmente difiere entre persona y persona (hogares, regiones, países, según sea la unidad de análisis escogida). Es interesante, pues, poder contar con una medida que refleje estas disparidades, sin necesidad de agrupar a los individuos según criterios que provengan de otras dimensiones. Las medidas de desigualdad interindividuals fueron pensadas inicialmente para el estudio de la distribución del ingreso o consumo (Anand 1983; Atkinson 1970; Sen 1973) pero se han utilizado también para el estudio de disparidades en otros activos, como ser, tierra, salud o educación (Anand and Nanthikesan 2001; Gasparini 2001; Inter-American Development Bank 1998; Ram 1990; Thomas *et al.* 2001). Específicamente, cuando el indicador educativo seleccionado (e) es de **tipo continuo o intervalar**, las medidas de desigualdad como el Coeficiente de Gini, coeficiente de variación, índice de Theil, o la medida de Atkinson, pueden ser aplicadas para medir las disparidades de cantidad y calidad de la educación. Para esto, sin embargo, es preciso contar con datos con suficiente nivel de desagregación de la variable en cuestión, no siempre disponibles. Ejemplos de variables educativas de tipo intervalar son máximo nivel educativo alcanzado (en años); tasas de distinto tipo (en porcentajes) aplicadas a un continuo de países, ciudades, o regiones, según sea la unidad de análisis; clima educativo del hogar (en años promedio de escolarización). Estrictamente, la variable de **agrupamiento** es aquella seleccionada como unidad de análisis, que puede ser individuos, hogares, provincias, países. El **grupo de referencia** es la propia distribución – en caso de los índices relativos, la referencia está dada por la media de la distribución.

A continuación se presentan los índices de desigualdad más utilizados. Estos se diferencian en las propiedades específicas que cumplen, en términos de su evaluación a cambios absolutos y relativos en el indicador, y el nivel de aversión a desigualdad asignado a distintas partes de la distribución.

Así como en el caso del IC, la interpretación de cada una de las mediciones obtenidas con estos índices es relativamente compleja. Sin embargo, ésta debe basarse en la comparación con los valores que se obtienen al ser calculados para otras distribuciones, ya sean otras que se consideren como patrón (por tener valores 'aceptables', sólo se sabe esto una vez que se maneje el índice de desigualdad con asiduidad, por ejemplo, un valor de Gini de 0,6 es alto, mientras que uno G=0,3 es bajo) o ya sea con otras que específicamente se pretenden comparar (misma población en otro período, u otra población)

Al aplicar índices de desigualdad utilizados usualmente para el análisis de la distribución del ingreso a variables educativas, nos enfrentamos con una serie de **limitaciones**[10]. Tomemos el ejemplo de '*máximo nivel educativo'* como indicador bajo estudio. Por una parte, a diferencia de la variable 'ingresos', nivel educativo es una variable de tipo discreto (no continuo) y truncada en su extremo inferior (una proporción de la población tiene valores cero). Por otra, es común que este tipo de información no esté disponible a nivel de hogares o personas a su mayor nivel de desagregación (años de escolaridad) sino como variable categórica ordinal, es decir, agrupado en un número limitado de categorías. En el caso de 'nivel educativo alcanzado' es habitual encontrarlo transformado en variable categórica, con 7 grupos (sin educación, primaria incompleta, primaria completa, secundaria incompleta, etc.). Estas complicaciones limitarán el número de índices de desigualdad posibles de ser utilizados correctamente. En particular, cuando un porcentaje relativamente grande de la población tiene "no educación" no es razonable aplicar una medida de desigualdad que ignora a los valores cero u otra que

[10] Thomas *et al* (2001).

tiene valores indeterminados (como las medidas de Theil, ya que su cálculo involucra logaritmos). En otros casos – como el coeficiente de Gini – la fórmula deberá ser transformada para acomodarlo a estas características propias del indicador seleccionado.

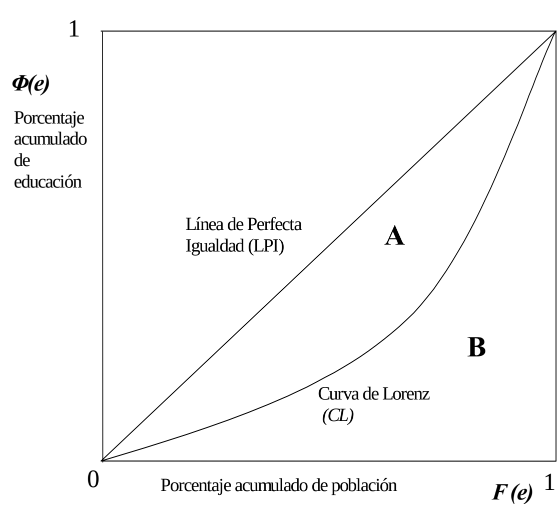
a Coeficiente de Gini

El *Coeficiente de Gini* (G) es el indicador de desigualdad por excelencia, utilizado en la mayor parte de estudios en el campo. Sus valores varían entre 0 (perfecta igualdad) y 1 (perfecta desigualdad). El G puede ser aplicado para variables de asistencia, financiamiento, y resultado educativo. En los últimos años, una serie de artículos han promovido el uso de esta medida dentro del campo educativo, por ejemplo para 'años de escolaridad máximo alcanzado por la población económicamente activa'(Checchi 2001; Thomas *et al.* 2001; 2002) o la distribución de "probabilidades de asistencia a la escuela' (Gasparini 2001).

G puede definirse de por lo menos dos maneras, cada una de ellas vinculada con distintas interpretaciones de la medida[11].

La primera definición es en términos gráficos, lo cual la convierte en candidata ideal y la medida más ampliamente difundida en el campo de desigualdad de ingresos. La curva de Lorenz (CL) se construye como el porcentaje acumulado de (educación) que obtiene el porcentaje acumulado de

Figura 5. Curva de Lorenz



[11] Para otras definiciones del coeficiente de Gini ver Anexo en Anand (1983).

población, ordenados según su nivel de educación[12]. La diagonal en el gráfico es la línea de perfecta igualdad (LPI), representando a la distribución de educación cuando todos y cada uno de los individuos obtienen la misma cantidad de educación. Cuanto mayor es el área entre CL y LPI, mayor es la desigualdad. Así, el coeficiente de Gini mide el área entre la curva de Lorenz y la línea de perfecta igualdad-diagonal (**A**), en relación con la totalidad del triángulo por debajo de la LPI (A + B).

Coeficiente de Gini

$$\boxed{G = \frac{A}{A+B}} \qquad (9)$$

En segundo lugar, G puede definirse como la suma de cada par de diferencias interpersonales en la variable bajo estudio; es decir, tomando en cuenta todas y cada una de las distancias 'absolutas' entre las personas $|e_i - e_j|$, en relación al valor medio μ, G captura la idea de distancias promedios interindividual.

$$\boxed{G = \frac{1}{\mu N(N-1)} \sum_{i>j} \sum_{j} |e_i - e_j|} \qquad (10)$$

G satisface una serie de propiedades consideradas deseables como medida de desigualdad[13] (Cowell 2000; Sen and Foster 1997) y como tal, pertenece al grupo de índices de desigualdad **relativa** o de la clase de Lorenz (Anand 1983), es decir, no se ve afectada por cambios en las medias. Asimismo, es más sensible a las transferencias entre los individuos en la parte media de la distribución que a los extremos. Finalmente, una característica particularmente atractiva cuando se trabaja con variables con valores "ceros", es que el G al estar compuesto por las diferencias absolutas entre

[12] Nótese la diferencia con la Curva de Concentración (CC), en donde el orden de población se hace en base al nivel socio-económico de los mismos.

[13] Propiedades deseables a satisfacer por las medidas de desigualdad: continuidad, simetría (o anonomidad), principio de transferencia (Pigou-Dalton 'una transferencia de un rico a un pobre siempre reduce el valor de desigualdad), invariante a cambios en población, invariante en escala o media). Para una explicación de estas propiedades y medidas ver Cowell (2000), Sen and Foster (1997).

cada par de individuos, no ignora ni es inconsistente con una proporción significativa de la población perteneciente a esta categoría.

Una de las limitaciones más importante del G como medida de desigualdad es que no se puede descomponer exactamente por grupos de población entre desigualdad entre grupos y dentro de los grupos[14]. Esto resulta de utilidad como método de estudio del origen de las desigualdades y como método de cálculo de la desigualdad total a partir de información agregada sobre cada uno de los grupos (media, tamaño y desigualdad para cada grupo) (Shorrocks 1984).

A modo de ejemplo se calculan los coeficientes de Gini de "máximo nivel educativo" para Argentina y México (2000) y se grafican las respectivas curvas de Lorenz. Se restringe la población a aquellas personas entre 25 y 45 años. En rigor, cuando se comparan los valores de los índices de desigualdad para dos distribuciones muestrales (provenientes de encuestas en lugar de censos), es preciso incluir los respectivos intervalos de confianza, para asegurarse que las conclusiones obtenidas no son fruto de error estándar de las muestras[15]. En este caso, las diferencias de los valores entre ambos países son significativas, aun considerando intervalos de confianza a nivel del 95%. Consistentemente, en el gráfico de curvas de Lorenz la correspondiente a México se encuentra siempre por fuera de la Argentina.

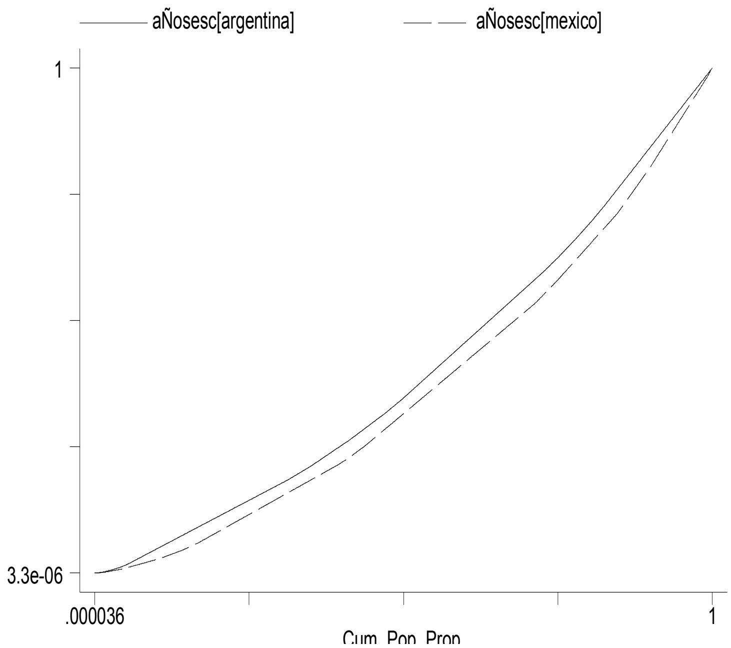
[14] Si bien G no es descomponible por grupos poblacionales Bourguignon (1979) si lo es por fuentes de ingresos Pyatt, et al. (1980) (trabajo, capital, transferencias).
[15] Dado que el coeficiente de Gini no tiene distribución conocida se utiliza el método "bootstrap" para el cálculo de los errores estándar y los respectivos intervalos de confianza. El método 'bootstrap' genera un numero *n* (entre 50 y 100 generalmente) de muestras aleatorias con repetición a partir de los datos muestrales originales, y calcula los respectivos coeficientes de Gini (o medida requerida). De la distribución de estas mediciones se calculan los errores estándares y intervalos de confianza.

Cuadro 3. Desigualdad de máximo nivel educativo alcanzado, según país. Coeficientes de Gini (con intervalos de confianza al 95%). Argentina y México, 2000.

Pais	Coeficiente de Gini [95% intervalo conf]	
Argentina	**0.211**	[0.208; 0.213]
México	**0.309**	[0.302; 0.316]

Fuente: elaboración propia en base a bases provistas por el SITEAL

Figura 6. Curvas de Lorenz Educativas. Argentina y México, 2000



En muchos casos, no es posible contar con la información educativa a nivel de los individuos (micro-datos) sino agregada a un número limitado de categorías. En el caso de "máximo nivel educativo alcanzado" comúnmente se presenta en 7 grupos (sin educación, primaria incompleta, primaria completa, secundaria incompleta, etc.). En estos casos, debe acomodarse la fórmula del coeficiente de Gini. Thomas et al (2001) proponen la siguiente formulación:

Coeficiente de Gini à la Thomas et al $\boxed{G_L = \frac{1}{\mu}\sum_{i=2}^{K}\sum_{j=1}^{i-1} p_i \left| e_i - e_j \right| p_j}$

(11)

donde *pi, pj* son las proporciones de población con cada nivel educativo

ei, ej son los años de escolaridad a distintos niveles[16]

K es el número de niveles/categorías en la información disponible

Si *e* está presentado en siete categorías (*K*=7)

$$\begin{aligned} G_L = {} & \frac{1}{\mu}[\, p_2(e_2 - e_1)\, p_1 \\ & + p_3(e_3 - e_1)\, p_1 + p_3(e_3 - e_2)\, p_2 \\ & + \ldots \\ & + p_7(e_7 - e_1)\, p_1 + p_7(e_7 - e_2)\, p_2 + p_7(e_7 - e_3)\, p_3 + p_7(e_7 - e_4)\, p_4 + p_7(e_7 - e_5)\, p_5 + p_7(e_7 - e_6)\, p_6] \end{aligned}$$

donde p_1: proporción de población sin educación

p_2: proporción de población con primaria incompleta

…

p_7: proporción de población con terciaria completa

e_7: años de escolaridad sin educación, es decir, e7 = 0

e_2: años de escolaridad de población con primaria incompleta, e2 = 3.5

…

e_7: años de escolaridad de población con terciaria completa, e7 = 17

Si se trabaja con poblaciones pequeñas, Thomas propone corregir (12) por el factor $\frac{N}{N-1}$.

De manera tal que (11) se modifica así: $G^*_L = \left(\frac{N}{N-1}\right)\frac{1}{\mu}\sum_{i=2}^{K}\sum_{j=1}^{i-1} p_i \left| e_i - e_j \right| p_j = \left(\frac{N}{N-1}\right) G_L$. Teóricamente, cuando N es suficientemente grande el factor de corrección es igual a 1.

[16] Generalmente se asume que los años de escolaridad de las categorías 'incompleto' está dado por la mitad de los años totales del ciclo Thomas, et al. (2001) (Psacharopoulos). Otros supuestos también pueden aplicarse.

A modo de ejemplo, a partir de la información presentada en el siguiente cuadro para población adulta argentina en 2000, se calculó el coeficiente de Gini y la curva de Lorenz Educativa (CLE), con valores agregados.

Cuadro 4. Población entre 25 y 45 años según nivel educativo alcanzado y promedio de años de escolaridad. Argentina, 2000

Nivel educativo alcanzado por la población	Años de escolaridad (promedio)	Poblacion	% Poblacion	Acumulado de poblacion	Años* poblacion	e*p	% años escolaridad	Acumulado de años de escolaridad	Diferencias intergrupales ponderadas
Table Total	**10.85**	6,427,707	1.000		69757198.5	10.85	1.00		
Sin nivel o inicial	0.0	44006	0.007	0.01	0	0.00	0.000	-	
Primaria incompleta	3.5	360291	0.056	0.06	1261018.5	0.20	0.018	0.02	0.001
Primaria completa	7.0	1564819	0.243	0.31	10953733	1.70	0.157	0.18	0.059
Secundaria incompleta	9.5	1284819	0.200	0.51	12205780.5	1.90	0.175	0.35	0.202
Secundaria completa	12.0	1299837	0.202	0.71	15598044	2.43	0.224	0.57	0.460
Universitaria incomplet	14.5	847309	0.132	0.84	12285980.5	1.91	0.176	0.75	0.533
Universitaria completa	17.0	1026626	0.160	1.00	17452642	2.72	0.250	1.00	0.982

Elaboracion propia en base a datos provistos por IIPE, UNESCO-Argentina / OEI

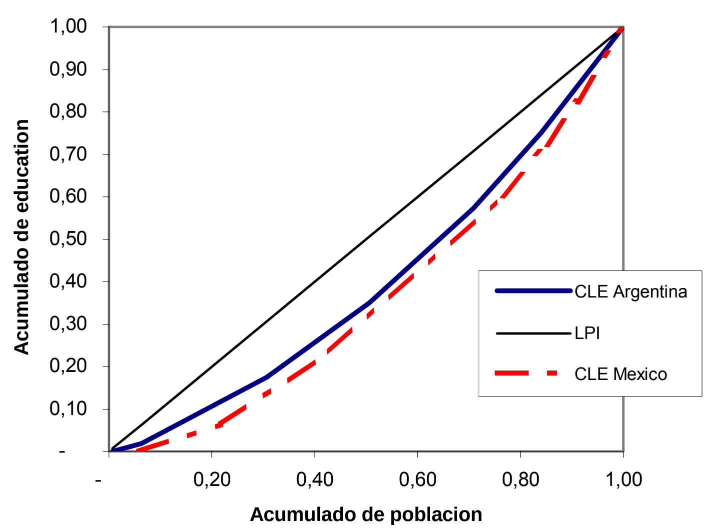
Suma ?pi(ei - ej)pj 2.238

Gini Educacion 0.206

.

Figura 7. Curva de Lorenz Educativa

Nivel educativo alcanzado por adultos. Argentina y Mexico 2000



Fuente: elaboracion en base a datos provistos por el SITEAL

El Gini calculado a partir de valores agregados para Argentina y México es igual **a 0,206** [0,078; 0,327] y **0,275** [0,078; 0,466], respectivamente. Es decir, en ambos casos los valores son menores a los obtenidos al utilizar los datos micro. Esto es razonable ya que se está ignorando parte de la información, sobre como se distribuyen los años de escolaridad de las personas al interior de cada uno de niveles educativos. Nótese que las curvas de Lorenz están entrecortadas.

Dado que se trabaja con un número muy pequeño de observaciones (sólo siete) los intervalos de confianza para ambas estimaciones de Gini son muy grandes, de manera que se superponen completamente. En otras palabras, cuando se trabaja con información agregada se pierde precisión en el cálculo del índice de desigualdad. En el extremo, esta pérdida es tal que no nos permiten sacar ninguna conclusión interesante, aún cuando las mediciones puntuales tengan distinto valor. Este ejemplo muestra claramente los beneficios de trabajar con micro-datos.

b <u>Desvío Estándar y Coeficiente de Variación</u>

La d*esviación o desvío estándar (*DE*)* es una medida estadística habitualmente utilizada para describir la dispersión alrededor de la media de distribuciones de todo tipo. *DE* es la suma de las diferencias – al cuadrado – de cada observación y la media.

Desvío estándar

$$\boxed{DE = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(e_i - \mu)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{K} p_k (e_k - \mu)^2}} \qquad (13)$$

La varianza (V) es el cuadrado de DE.

En la década de los noventa una serie de artículos han utilizado el desvío estándar como medida de desigualdad en educación, para estudiar el impacto de éste en el crecimiento y reducción de pobreza (Birdsall and Londoño 1997), la relación con la desigualdad en ingresos (Inter-American Development Bank 1998), y para investigar la existencia de una 'U invertida' al estilo Kuznets en educación (Ram 1992).

Al igual que el coeficiente de Gini, el *DE* permite trabajar con variables educativas donde una proporción no despreciable de la población tiene valor cero. Por otra parte, el valor del DE depende del valor medio de la distribución – es decir al ser una medida de desigualdad de tipo absoluta – lo cual puede considerarse no ideal ya que una distribución puede tener menor desviación que otra por tener menor valor medio aún cuando la dispersión relativa sea mayor. Asimismo, al ser una medida de dispersión simple, es indiferente a dónde se encuentre la desigualdad en la escala social, es decir, es igual de sensible a transferencias entre los más pobres y los más ricos, lo que importa es cuán alejados están de la media en valor absoluto.

El primero de los inconvenientes puede ser resulto dividiendo DE por su media.

Coeficiente de Variación

$$\boxed{CV = \frac{DE}{\mu}} \qquad (14)$$

El *CV* al ser una medida de tipo relativa no está expresado en unidades originales del indicador sino en términos medios. Por otra parte, el *CV* continúa siendo insensible a los cambios según ubicación en la escala social[17].

c Índices de entropía generalizada

Estrictamente hablando, el CV forma parte de la familia de medidas de desigualdad conocidas como medidas de entropía generalizada. Su nombre proviene del campo de la física, utilizado como medida de dispersión o – su opuesto – similitud.

[17] En el caso de ingresos, esto quiere decir que una transferencia de ingresos de $100 por parte de alguien que gana $1.000 a otra que tiene $900 tiene el mismo peso que otra transferencia del mismo monto entre alguien que tiene $100.100 a otro que tiene $100.000.

La fórmula general de estas medidas es la siguiente.

Índice de Entropía Generalizada

$$EG = \begin{cases} \dfrac{1}{\alpha(1-\alpha)} \dfrac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left[1 - \left(\dfrac{e_i}{\mu} \right)^{\alpha} \right] & \text{para } \alpha \neq 0,1 \\ \dfrac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \dfrac{e_i}{\mu} \ln \dfrac{e_i}{\mu} = T & \text{para } \alpha = 1 \\ \dfrac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \ln \dfrac{\mu}{e_i} = L & \text{para } \alpha = 0 \end{cases}$$

(15)

donde α puede tomar cualquier valor y capta la sensibilidad de la medida a distintas partes de la distribución. Cuanto menor es el valor de α mayor es el peso que se da (más sensible es) a los cambios en la parte inferior de la distribución, es decir, a los estratos más bajos en términos educativos.

Las medidas de *EG* son de tipo relativa y satisfacen un número de propiedades deseables para los índices de desigualdad relativa, consistentes con Lorenz. Este tipo de medidas tienen dos características que las hacen especialmente atractivas: son descomponibles según grupo poblacional y permiten fijar al analista el nivel de sensibilidad a cambios en las distintas partes de la distribución, es decir, el parámetro α.

Dentro de esta familia, las más conocidas son los índices de Theil; *Theil 1* (*T*) cuando α = 1 (sensible a la parte inferior) y Theil 2 (*L*) o desviación media de logaritmos cuando α = 0 (muy sensible a la parte inferior de la distribución). Cuando se aplican a variables educativas, sin embargo, ambos índices tienen una gran limitación: dado que se basan en el cálculo de *ln*(.), no están determinadas para cuando existen valores "cero" en la distribución. Tampoco lo están para α < 0. Al analizar la distribución del ingresos, estos casos pueden ser ignorados (siempre y cuando haya una justificación considerada como válida) o tratados como positivos pero suficientemente cercanos a cero, como para no alterar la distribución. En muchos casos ninguna de estas alternativas puede considerarse válida cuando se estudia la distribución de máximo nivel educativo alcanzado (en años) [18].

d Índice de Atkinson

El *índice de Atkinson* (A) representa una alternativa interesante como medida de desigualdad entre individuos. Este surge de un enfoque normativo que relaciona a la medida de desigualdad explícitamente con una función de bienestar social (ver siguiente sección). Asimismo, el *A* comparte con los índices *GE* las propiedades consistentes con Lorenz, incluido la posibilidad de descomponer la desigualdad total entre y dentro de grupos poblacionales. Finalmente, esta medida de desigualdad permite fijar al analista el nivel deseado de aversión a la desigualdad.

Índice de Atkinson

$$A_\varepsilon = \begin{cases} 1 - \left[\dfrac{1}{N} \displaystyle\sum_{i=1}^{N} \left(\dfrac{e_i}{\mu} \right)^{1-\varepsilon} \right]^{1/(1-\varepsilon)} & \text{para } \varepsilon \geq 0 \text{ y } \varepsilon \neq 1 \\ 1 - \displaystyle\prod_{i=1}^{N} \left(\dfrac{e_i}{\mu} \right)^{1/N} & \text{para } \varepsilon = 1 \end{cases}$$

(16)

Donde ε es el parámetro de aversión a la desigualdad, que representa la resistencia política o ética de la sociedad a la desigualdad. ε adopta valores mayores o iguales a 0. Cuando ε = 0 se evalúan de idéntica manera los cambios entre los más pobres y entre los más ricos. A mayor ε, mayor la aversión a la desigualdad y más sensible A_ε es a transferencias en la parte inferior de la distribución. Valores comúnmente utilizados de ε son 1 y 2.

[18] En el caso de Argentina, el 13% y el 14% de la población tiene años de escolaridad cero en 1991 y en 2000, respectivamente.

En el caso que se trabaje con una variable con una proporción no despreciable de valores 'cero', ε debe estar fijado entre cero y menos de uno – para ε≥1 A_ε no está definida. Adicionalmente, ya que no tiene un correlato directo con una representación gráfica a la manera de G, es de más difícil interpretación, especialmente cuando no es tan utilizado como G. Por otra parte, tiene el atractivo de tener un correlato directo y explícito con una función de bienestar social, tal cual presentado en la siguiente sección[19].

Utilizando los datos de México y Argentina (año 2000) para la población entre 25 y 45 años se calculan los distintos índices de desigualdad. Además de ilustrar los índices, la intención es también contrastar los resultados obtenidos ante distintas elecciones de éstos. Para ello en la primera parte del cuadro se presentan los resultados para aquellos con años de escolaridad positivos, ignorando así a parte de la población más cadenciada educativamente. Esto se hace sólo a fines ilustrativos. Dado que el porcentaje de población en esta categoría no es despreciable y, más importante aún, significativamente distinto para ambos países (0,9% para Argentina; 5,9% para México), se presentan también los valores de los índices posibles de ser calculados incluyendo estos datos. Así, se deja afuera a los índices de Theil y Atkinson para ε=1 y ε=2.

[19] Efectivamente, si la función de bienestar social se define como $W = \mu(1-I)$, Atkinson deriva su índice de desigualdad *A*= $I = 1 - \frac{W}{\mu}$ donde *W* es función de los 'ingresos' y de tipo individualista y específica.

Cuadro 5. Desigualdad en nivel educativo alcanzado por adultos.
Argentina y México, 2000

Medidas de desigualdad	Argentina	México	*Dif Mex-Arg*	*Dif relativa*
Sin incluir valores cero				
Coeficiente de Gini	0.204	0.266	*0.062*	*0.306*
Desvío estándar	3.946	4.223	*0.277*	*0.070*
Coeficiente de Variación	0.362	0.481	*0.118*	*0.326*
Índices GE				
A=-1	0.106	0.203	*0.096*	*0.903*
A=0 Theil L	0.079	0.139	*0.060*	*0.761*
A=1 Theil T	0.069	0.118	*0.049*	*0.716*
A=2	0.066	0.116	*0.050*	*0.759*
Índices de Atkinson				
E=0,5	0.036	0.062	*0.026*	*0.715*
E=1	0.076	0.129	*0.054*	*0.710*
E=2	0.176	0.288	*0.113*	*0.642*
Incluyendo valores cero				
Coeficiente de Gini	0.211	0.309	*0.098*	*0.468*
Desvío estándar	4.058	4.589	*0.531*	*0.131*
Coeficiente de Variación	0.376	0.555	*0.179*	*0.476*
Índices de Atkinson				
ε=0,5	0.044	0.117	*0.072*	*1.630*

Elaboración propia en base a datos provistos por el SITEAL

Del cuadro **5** se pueden sacar las siguientes conclusiones: en primer lugar, independientemente del índice de desigualdad seleccionado, la desigualdad educativa en México es mayor a la de Argentina en el año 2000. Esto también es así aún considerando los respectivos intervalos de confianza[20]. En segundo lugar, las diferencias relativas entre cada una de las mediciones son mayores cuanto más sensibles son las medidas de desigualdad al extremo inferior de la distribución (ver, por ejemplo, índice de Atkinson y Theil, y en comparación a Gini y Coeficiente de Variación). Así, se muestra como la elección de la medida de desigualdad puede determinar las conclusiones a arribar. En efecto, un mismo cambio o diferencia entre dos distribuciones

[20] Los intervalos de confianza para cada una de las mediciones están a disposición. Solicitar al autor.

tendrá diferente impacto en la medición de desigualdad según el índice escogido[21]. Finalmente, al incluir los casos con valores cero en el cálculo de desigualdad el conjunto de medidas disponible se reduce. Tal como era de esperarse, las mediciones de desigualdad son mayores que los obtenidos sin considerar los individuos sin escolaridad alguna.

Resumiendo esta sección, el G es el índice de desigualdad entre individuos más difundido, ampliamente utilizado y con una representación gráfica con la curva de Lorenz que lo hace de por más atractivo. Entre las otras medidas revistas, el desvío estándar es el más conocido aunque, debido a propiedades específicas, no es el más adecuado para describir distribuciones en términos de su desigualdad. Otras medidas más sofisticadas, como el A_ε o *EG* permiten prefijar al analista la importancia a asignarse a las disparidades en las distintas partes de la distribución. Esto es, porque no necesariamente aquella asignada por el G (que otorga mayor peso a las disparidades en el medio de la distribución) es la que se considera por todos como ideal. En un plano normativo, el A ofrece una asociación más directa con la función de bienestar social. La mayor limitación de los índices del tipo A_ε, *T* o *L* es que no pueden ser utilizadas cuando una proporción no despreciable de la población tienen valores 'ceros' en el indicador bajo estudio, tal como es el caso de "máximo nivel educativo alcanzado".

[21] Si dos distribuciones son idénticas pero se diferencian en una transferencia de una persona más rica a una más pobre el índice de desigualdad debe disminuir. Esta propiedad, conocida como propiedad de **Pigou-Dalton**, es satisfecha por todos los índices aquí presentados. Sin embargo, en cuánto disminuyen dependerán del índice en cuestión. En particular, de la derivada primera del índice con respecto a los respectivos individuos. Conceptualmente, es más complejo hablar de "transferencias de educación de una persona a otra". De todos modos, la propiedad se sigue respetando.

5 Medidas de logros

Hasta aquí las medidas presentadas pretenden describir la distribución de educación en términos sólo de sus disparidades[22]. Sin embargo, puede argumentarse que no sólo importa la desigualdad en sí sino también los valores medios alcanzados. Supongamos que en un país de un período a otro aumentó la desigualdad en el acceso a educación elemental pero al mismo tiempo se incrementó el valor medio. ¿Cómo hemos de comparar estas dos situaciones? ¿Cuál es mejor? Naturalmente dependerá del peso que el analista ponga a estos dos componentes, valores medios y dispersión. Estrictamente, las funciones de bienestar social nos ayudan a ordenar estados sociales alternativos. Específicamente una función de bienestar social *W(x)* es cualquier ordenamiento del conjunto de estados sociales (distribuciones *x*) alternativos. Para cada estado *x, W(x)* da un valor numérico, generalmente expresado en las mismas unidades que la variable original (Sen and Foster 1997, 7).

Atkinson (1970) presenta un método intuitivo para convertir funciones de bienestar en medidas de desigualdad y viceversa (Sen and Foster 1997). Este hace manifiesto los juicios de valores que implícitamente se encuentran en cada uno de los indicadores de desigualdad, mismo cuando no se expliciten supuestos de bienestar. Según esta perspectiva, la *función de bienestar social* puede definirse como $W = \mu(1-I)$ (17) donde *W* la función de bienestar (educativo) social, μ es la media de educación e I es el indicador de desigualdad relativo escogido (Atkinson sugiere el uso de *A* (16) aunque otros son admisibles)[23]. Así se ve claramente que *W* aumenta ante un

[22] Si bien las medidas de desigualdad *absolutas* proveen información de disparidades de niveles, es decir, son sensibles a cambios en valores absolutos, la interacción (trade-off) entre disparidad y media no está presentada de manera explícita.

[23] Si bien la formulación de Atkinson es similar al índice de Sen $\mu(1-G)$ donde *G* es el coeficiente de Gini, se diferencian fundamentalmente en que el último admite un mundo de multi-mercancías (multidimensional) mientras que el primero se restringe a la formulación en el caso de una sola mercancía (ingreso homogéneo) [Sen and Foster (1997)].

incremento del nivel medio de educación pero disminuye ante un incremento de la disparidad en que esta media está distribuida.

Siguiendo este enfoque, Wagstaff propone el uso de un “índice de logros” (en salud), que relaciona la media (en salud) alcanzada con el nivel de desigualdad entre los distintos niveles socio-económicos, utilizando el IC. Concretamente,

$$IL = \mu(1 - IC) \qquad (18)$$

donde *IL* es el índice de logros, definido como un promedio de niveles (de educación) alcanzados ponderado, dando mayor peso a los individuos más pobres en términos socio-económicos tal cual definidos en *IC* (Wagstaff 2002). Recuérdese que cuando el indicador educativo utilizado es de ‘mala’ educación – por ejemplo, repitencia – *IC* toma normalmente valores negativos mientras que la media es mejor (o socialmente más deseable) cuando menor es su valor. El *IL* respetará la dirección de su promedio. Así, un mayor valor de *IL* corresponderá con mayores niveles de desigualdad o mayores valores medios (nótese que como *IC* es negativo, mayor desigualdad implica mayor *IL)*. Se podría decir, entonces, que en estos casos *IL* es un índice de ‘malestar’ social o ‘deslogros’ en lugar de bienestar social o logros.

Finalmente, dado que la medida de desigualdad incluida en *IL* debe ser relativa, se deberá utilizar la versión relativa de *IPD*, es decir, *IRD*.

El siguiente cuadro presenta los valores de logros para los casos revistos en este documento, utilizando las medidas de desigualdad entre grupos (Costa Rica y Chile) y medidas de desigualdad entre individuos (para Argentina, Chile, Costa Rica y México). Nótese que sólo se incluyen los índices relativos de desigualdad.

Cuadro 6. Medidas de logro
Costa Rica, Chile, Argentina y México (2000)

	Desigualdad	Media	Logro (A)	Desigualdad	Media	Logro (B)	Diferencia de logros (A) - (B)
Indicador de desigualdad: *Asistencia a secundaria de jóvenes entre 15 y 17 años*							
	Chile 2000			***Costa Rica 2000***			
Indice Relativo de Desigualdad (IRD)	0.039	90.0	**86.50**	0.137	57.1	**49.29**	***37.20***
Indice de Concentración (IC)	0.142	90.0	**77.22**	0.206	57.1	**45.37**	***31.85***
Indicador de desigualdad: *Máximo nivel edicativo alcanzado (en años) para población entre 25 y 45 años*							
	Chile 2000			***Argentina 2000***			
Coeficiente de Gini (G)	0.183	10.9	**8.93**	0.204	10.9	**8.67**	***0.25***
Coeficiente de Variación (CV)	0.332	10.9	**7.29**	0.362	10.9	**6.94**	***0.35***
Theil T	0.060	10.9	**10.27**	0.069	10.9	**10.14**	***0.13***
Theil L	0.072	10.9	**10.13**	0.079	10.9	**10.03**	***0.10***
Indice de Atkinson (ε=1)	0.070	10.9	**10.16**	0.076	10.9	**10.06**	***0.10***
Indice de Atkinson (ε=2)	0.081	10.9	**10.03**	0.113	10.9	**9.66**	***0.37***
	Mexico 2000			***Costa Rica 2000***			
Coeficiente de Gini (G)	0.266	8.8	**6.45**	0.262	8.5	**6.26**	***0.18***
Coeficiente de Variación (CV)	0.481	8.8	**4.56**	0.487	8.5	**4.36**	***0.20***
Theil T	0.118	8.8	**7.75**	0.115	8.5	**7.52**	***0.23***
Theil L	0.139	8.8	**7.57**	0.126	8.5	**7.42**	***0.15***
Indice de Atkinson (ε=1)	0.129	8.8	**7.65**	0.118	8.5	**7.49**	***0.16***
Indice de Atkinson (ε=2)	0.288	8.8	**6.25**	0.253	8.5	**6.34**	***-0.09***

Elaboración propia en base a datos provistos por IIPE, UNESCO-Argentina / OEI

Se puede observar que en todos los casos, el logro en educación (cualquiera sea la medida de desigualdad seleccionada) es menor que su valor medio, ya que se penaliza valores de desigualdad positivos. Comparando los logros de Chile y Costa Rica en relación a las desigualdades educativas según grupos de ingresos se ve que, dado que el primero tiene menor desigualdad y mayor media, el logro es, naturalmente mayor. Resultan también interesantes las comparaciones de desigualdades educativas entre individuos. Chile y Argentina tienen similar promedio de años de escolaridad de la población entre 25 y 45 años de edad (NB: se ignoran los valores cero). Sin embargo, el hecho que en 2000 Argentina posee mayores valores de desigualdad – cualquiera sea el índice seleccionado – el logro, en términos absolutos es menor que en su país vecino. De manera similar, México posee mayor valor medio de escolaridad que Costa Rica pero también está peor distribuida entre los habitantes. Esto disminuye en mayor proporción los logros. Sin embargo, no tanto como para contrarrestar los mayores niveles medios. Únicamente si se utiliza el índice de Atkinson con alta aversión a la desigualdad (ε=2) el relativamente alto promedio mexicano es contrarrestado por un alto nivel de desigualdad de manera tal que su logro resulta menor que el de Costa Rica.

6 Conclusión

Se han presentado aquí diversas medidas de desigualdad que responden a dos muy diferentes preguntas. El primer grupo de índices se ocupan de contestar hasta qué punto las desigualdades en educación se encuentran sistemáticamente asociadas con otras variables – entre ellas, estatus socio-económico, definiciones geográficas, o genero. Las segundas, en cambio, tratan de cuán dispar está distribuida la educación entre los individuos (o unidad de análisis seleccionado) – desigualdad en educación 'pura'[24]. En la última sección se presentó, adicionalmente, medidas de logro que combinan los índices de desigualdad de ambos tipos con los valores educativos medios. Esta medidas resultan de utilidad al comparan desigualdades cuando las medias difieren.

En todos los casos, la elección por uno u otro índice de desigualdad debe sopesar las ventajas y desventajas existentes, fundamentalmente en términos del trade-off existente entre la simplicidad de cálculo y su precisión. Como se ha señalado anteriormente, no existe un consenso sobre cuál de los índices de desigualdad presentados debe priorizarse o considerase superior a otro. Por ejemplo, Wagstafff et al argumentarán a favor del CI y IPD o IRD, ya que son los únicos que cumplen con sus 'requisitos mínimos' (Wagstaff *et al.* 1991). Descartaran las medidas de margen por ignorar parte de la distribución, a las medidas entre individuos por no reflejar la dimensión socio-económica. Por el contrario, Kunst y Mackenbach preferirán otras medidas, rescatando asimismo el valor intrínseco de índices de mayor simplicidad, como ser el DT o CT. Dentro de las medidas de desigualdad

[24] Para algunos, este último tipo de medidas tienen un menor interés en el campo de la salud y educación Wilkinson (1996).

entre individuos, tanto el *G* como el *A* o *CV* tienen ventajas válidas. Una vez más, la elección depende fundamentalmente de la naturaleza del indicador utilizado, la disponibilidad de la información y los juicios de valores en términos de importancia de disparidades en las distintas partes de la distribución.

En conclusión, la elección del indicador de desigualdad dependerá, básicamente, del objetivo del estudio. El hacedor de política preferirá, naturalmente, medidas claras, de fácil interpretación y cálculo. Es quizá el rol de los analistas y estadísticos comparar los resultados del análisis obtenidos mediante medidas 'simples' con las que resultan de métodos más sofisticados (Kunst and Mackenbach 1997). Esto es, deberá estudiarse cuán sensible es el resultado ante cambios en las medidas de desigualdad a fin de corroborar si las conclusiones se sostienen ante diversos juicios de valor.

7 Anexo

Tabla 1. Medidas de desigualdad y sus propiedades

	Formula	**Indicador educativo**	**Variable de agrupamiento**	**Grupo de referencia**	**Indep de media**	**Aversión a la desigualdad**	**Perfecta igualdad**	**Representación gráfica**	**Otros**
Medidas de desigualdad entre grupos: de relación entre variables educativas y otras									
Medidas de margen									
Cociente de tasa	$CT = \frac{\text{Tasa grupo A}}{\text{Tasa grupo B}}$	Continuo Discreto	Género Raza Región Posición socio-eco (quintiles)	Interno Normativo (de déficit) min-max (brecha)	Relativa	Si grupos definidos como extremos (rango), ignora la distribución al interior de éstos.	CT = 1	A partir de gráfico de barras de los componentes de las fórmulas (tasas)	Fácil interpretación y comprensión. Información está generalmente disponible Se comparan dos grupos a la vez únicamente – eso puede implicar perdida de información relevante o falta de síntesis
Diferencia de tasa	$DT = \text{Tasa grupo A} - \text{Tasa grupo B}$	Continuo Discreto			Absoluta		DF = 0		
Medidas del total de la distribución									
Índice de Pendiente de desigualdad	$IPD = \frac{\text{cov}(i, e_i)}{\text{var}(i)}$ $IPD = \frac{\sum_{k=1}^{K} p_k (k - \mu_k)(e_k - \mu_e)}{\sum_{k=1}^{K} p_k (k - \mu_k)^2}$	Continuo Discreto	Generalmente posición socio-económica		Absoluta	No distingue entre cambios en los distintos niveles.	IPD = 0	Pendiente de recta, del histograma de tasas según grupos de ingresos	Incluye info de toda la distribución Cuanto más desagregada la información, mayor es la precisión del índice.
Índice de Concentración	$IC = \frac{2\,\text{cov}(i, e_i)}{n\mu}$ $IC = \left[\frac{2}{\mu_e} \sum_{k=1}^{K} p_k e_k r_k \right] - 1$	Continuo			Relativa	Mayor peso a cambios en el centro de la distribución	IC = 0 Rango = [-1; 1]	Curva de concentración (CC)	Mide el doble del área de CC y la diagonal de perfecta igualdad.

Medidas de desigualdad entre individuos: distribución pura de educación									
Coeficiente de Gini	$G=\frac{A}{A+B}$ $G=\frac{1}{\mu N(N-1)}\sum_{i>j}\sum_{j}\lvert e_i-e_j\rvert$ $G_L=\frac{1}{\mu}\sum_{i=2}^{K}\sum_{j=1}^{i-1}p_i\lvert e_i-e_j\rvert p_j$	Continuo / intervalar	Individuos, hogares, países, regiones	Media	Rela tiva	Es más sensible a transferencias en el centro de la distribución	G = 0	Curva de Lorenz (CL)	Compara cada par de individuos No es descomponible por grupos de población Está definido para valores de educación ceros o negativos
Desvío estándar	$DE=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(e_i-\mu)^2}$ $DE=\sqrt{\sum_{i=1}^{K}p_k(e_k-\mu)^2}$	Continuo / intervalar	Individuos hogares, países, regiones		Absoluta	Es igual de sensible a transferencias en las distintas partes de la distribución (neutral)	V = 0		Está definido para valores de educación ceros o negativos
Coeficiente de variación	$CV=\frac{DE}{\mu}$	Continuo / intervalar	Individuos hogares, países, regiones	Media	Rela tiva		C = 0		Está definido para valores de educación ceros o negativos
Índice de Entropía Generalizada α=0 Índice de Theil L α=1 Índice de Theil T	$EG=\frac{1}{\alpha(1-\alpha)}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[1-\left(\frac{e_i}{\mu}\right)^{\alpha}\right]$ $L=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\ln\frac{\mu}{e_i}$ $T=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{e_i}{\mu}\ln\frac{e_i}{\mu}$	Continuo / intervalar	Individuos hogares, países, regiones	Meida	Rela tiva	Depende del valor de α. A menor valor, más sensible a la parte inferior Muy sensible a la parte inferior Sensible a la parte inferior de la distribución	 L = 0		 <u>No</u> está definido para valores de educación ceros o negativos Requiere suficiente nivel de desagregación de la información <u>No</u> está definido para valores de educación ceros o negativos Requiere suficiente nivel de desagregación de la información
Atkinson (ε) $\varepsilon=1$	$A_\varepsilon=1-\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{e_i}{\mu}\right)^{1-\varepsilon}\right]^{\frac{1}{(1-\varepsilon)}}$ $A_\varepsilon=1-\prod_{i=1}^{N}\left(\frac{e_i}{\mu}\right)^{1/N}$	Continuo / intervalar	Individuos hogares, países, regiones	Media	Rela tiva	Para ε < 2, A es más sensible a la parte inferior de la distribución	A = 0		Permite fijar el nivel de aversión a la desigualdad al analista, al variar ε Requiere suficiente nivel de desagregación de la información Tiene un directo correlato con función de bienestar social <u>No</u> está definido para valores de educación ceros o negativos <u>para ε mayores o iguales a 1</u>

8 Bibliografía

Anand, S. (1983), Inequality and poverty in Malaysia: measurement and decomposition,New York: Published for the World Bank [by] Oxford University Press.

Anand, S., F. Diderichsen, T. Evans, V. Shkolnkov, and M. Wirth. (2001), "Measuring Disparities in Health: Methods and Indicators" in Challenging Inequities in Health: from Ethics to Action,eds. T. Evans, M. Whitehead, F. Diderichsen, A. Bhuiya and M. Wirth, New York, NY: Oxford University Press.

Anand, S., and S. Nanthikesan. (2001), "The Evolution of inequality in length-of-life: France 1806-1987", Working Paper Series Vol. 11, Harvard Center for Population and Development Studies, Cambridge, MA.

Anand, S., and A. K. Sen. (2003), "Concepts of human development and poverty: a multidimensional perspective" in Readings in human development: concepts, measures and policies for a development paradigm,eds. S. Fukuda-Parr and A. K. Shiva Kumar, New Delhi: Oxford University Press, pp. 204-220.

Atkinson, A. B. (1970), "On the Measurement of Inequality", Journal of Economic Theory, 2 (3): 244-263.

Birdsall, N., and J. L. Londoño. (1997), "Asset Inequality Matters: An Assessment of the World Banl's Approach to Poverty Reduction", American Economic Review, 83 (2): 32-37.

Bourguignon, F. (1979), "Decomposable Income Inequality Measures", Econometrica, 47 (4): 901-920.

Checchi, D. (2001), "Education, Inequality and Income Inequality", Unlisted.

Cowell, F. A. (2000), "Measurement of Inequality" in Handbook of income distribution (Vol. 1), eds. A. B. Atkinson and F. Bourguignon, Oxford: Elsevier Science.

Gasparini, L. (2001), "Inequidad en el acceso a la educación secundaria y superior en la Argentina", Serie Fondo de Investigaciones, MECOVI-Argentina, INDEC, BID-BN-CEPAL, Buenos Aires.

Inter-American Development Bank. (1998), "Facing up to inequality in Latin America: Economic and Social Progress in Latin America", 1998-99 Report, IADB - John Hopkins University Press, DC.

Kakwani, N., A. Wagstaff, and E. van Doorslaer. (1997), "Socioeconomic Inequalities in Health: Measurement, Computation, and Statistical Inference", Journal of Econometrics, 77 (1): 87-103.

Kunst, A. E., and J. P. Mackenbach. (1997), "Measuring the magnitude of socio-economic inequalities in health: an overview of available measures illustrated with two examples from Europe", Soc Sci Med., 44 (6): 757-771.

Pamuk, E. R. (1988), "Social-class inequality in infant mortality in England and Wales from 1921 to 1980", European Journal of Population, 4: 1-21.

Pyatt, G., C. n. Chen, and J. Fei. (1980), "The Distribution of Income by Factor Components", Quarterly Journal of Economics, 95 (3): 451-473.

Ram, R. (1990), "Educational Expansion and Schooling Inequality: International Evidence and Some Implications", Review of Economics and Statistics, 72 (2): 266-274.

Ram, R. (1992), "Income, Distribution, and Welfare: An Intercountry Comparison", Economic Development and Cultural Change, 41 (1): 141-145.

Sen, A. K. (1973), <u>On economic inequality</u>,Oxford: Clarendon Press.

Sen, A. K., and J. E. Foster (1997), <u>On economic inequality</u> (Enl. / ed.), Oxford: Clarendon Press.

Shorrocks, A. F. (1984), "Inequality Decomposition by Population Subgroups", Econometrica, 52 (6): 1369-1385.

Thomas, V., Y. Wang, and X. Fan. (2001), "Measuring Education Inequality: Gini Coefficients of Education", Policy Research Working Paper 2525, World Bank, Washington DC.

Thomas, V., Y. Wang, and X. Fan. (2002), "A New Dataset on Inequality in Education: Gini and Theil Indices of Schooling for 140 Countries, 1960-2000", World Bank, mimeo, Washington D.C.

Wagstaff, A. (2002), "Inequality Aversion, Health Inequalities and Health Achievement", Journal of Health Economics, 21 (4): 627-641.

Wagstaff, A., P. Paci, and E. v. Doorslaer. (1991), "On the measurement of inequalities in health", Social Science and Medicine, 33: 545-557.

Wilkinson, R. G. (1996), <u>Unhealthy societies: the afflictions of inequality</u>,London: Routledge.

¿Qué es el SITEAL?

El *Sistema de Información de Tendencias Educativas en América Latina (SITEAL)* es un programa que desarrollan en forma conjunta el Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación - Buenos Aires (IIPE - UNESCO, Sede Regional Buenos Aires) y la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI). Este Programa comenzó a funcionar a comienzos del año 2003.

Los objetivos del programa son:
- Producir, sistematizar y analizar información cuantitativa y cualitativa orientada a la toma de decisiones
- Transferir la información a la comunidad de interés: decisores políticos, académicos, técnicos, docentes, estudiantes, periodistas, etc.

El *SITEAL* está orientado a monitorear la inequidad en el acceso y en los logros educativos de la población, así como el impacto de la educación en la calidad de vida de las familias y en la dinámica social.

En su primera etapa, el Programa se concentrará en la producción y análisis de información proveniente de las Encuestas a Hogares que se implementan en casi todos los países de la región, ya que esta fuente, por su periodicidad y cobertura temática, posibilita diagnosticar la situación y la evolución de la relación entre educación y sociedad.

Esta iniciativa busca aportar un mayor conocimiento sobre la situación social y educativa de la región, como contribución al fortalecimiento de las políticas educativas ante el desafío de garantizar una educación de calidad para todos.